

SMATH- STUDIO – skrócony opis programu

Autorem programu jest Andrey Ivashov z Petersburga. Program SMATH jest programem matematycznym darmowym typu WYSIWYG (What You See You Get, czyli co widzisz to otrzymujesz). Wykonuje operacje zarówno algebraiczne jak i symboliczne. W większości przypadków jest zgodny z programem MathCAD. Program posiada wygodny i intuicyjny interfejs, zawierający dużą ilość przydatnych narzędzi i wbudowany edytor przypominający kartkę papieru, na którym wykonujemy szereg różnych prostych i skomplikowanych obliczeń matematycznych. Program obsługuje również dodatkowe wtyczki, które w pewnym stopniu rozszerzają funkcjonalność kalkulatora. Tekst programu pisany w SMATH może być dzielony na strony (odpowiednik zakładki). Dostępne są opisy tego programu w postaci plików PDF (Smath-Primer, Smath-Introduction, Smath-Programming).

Korzystając z programu możemy przeliczać formuły matematyczne, obliczać proste i złożone macierze, ułamki, całki, granice, logarytmy, liczby zespolone, funkcje trygonometryczne, a także nawet tworzyć zaawansowane wykresy i różne języki programowania. Znajdziemy w nim też przydatny leksykon matematyczny i przykładowe obliczenia matematyczne.

SMath Studio potrafi rysować wykresy dwu i trójwymiarowe, drukować i zapisywać do pliku wykonane obliczenia, a także wstawiać gotowe wzory i funkcje. Wśród nich znajdziemy między innymi wzory na funkcje trygonometryczne, hiperboliczne oraz na liczby zespolone czy wektory. Oprócz tego w jego zasobach nie mogło zabraknąć gotowych wzorów do wykonywania prostszych obliczeń jak odejmowanie, dodawanie, mnożenie, dzielenie lub potęgowanie.

Aktualnie SMATH dostępny jest z opcją eksportu do plików wykonywalnych *.exe . Ten program jest już lepszy od Mathcada przede wszystkim dla zastosowań inżynierskich . Ma szybszy, lepszy interfejs, Smath Viewer, pluginy. Dostępna jest wersja na smartphony (kompatybilna z wersją PC).

Smath Studio to rozbudowany i profesjonalny kalkulator komputerowy. Charakteryzuje się bogatą funkcjonalnością i dużym wsparciem podczas wykonywania różnych obliczeń matematycznych, fizycznych i programistycznych.

Program posiada prosty i czytelny interfejs, na którym wszystkie działania i obliczenia wykonujemy na ekranie przypominającym kartkę papieru. Smath Studio dostępny jest za darmo i obsługuje język polski. Jest to obecnie jeden z najlepszych kalkulatorów komputerowych przeznaczonych do wykonywania najważniejszych obliczeń w dziedzinie mechaniki, matematyki czy fizyki.

Smath Studio umożliwia między innymi:

- wykonywanie działań w zakresie fizyki i programowania,
- wstawianie różnych macierzy i innych gotowych wzorów na funkcje trygonometryczne,
- przyspiesza wykonywanie działań z całkami, logarytmami i ułamekami,
- automatycznie wykonywanie różnych obliczeń,
- wstawianie gotowych jednostek matematycznych, fizycznych itp,
- umożliwia tworzenie prostych i bardziej zaawansowanych wykresów,
- obsługuje wektory i dodatkowe pluginy rozszerzające funkcjonalność oprogramowania.

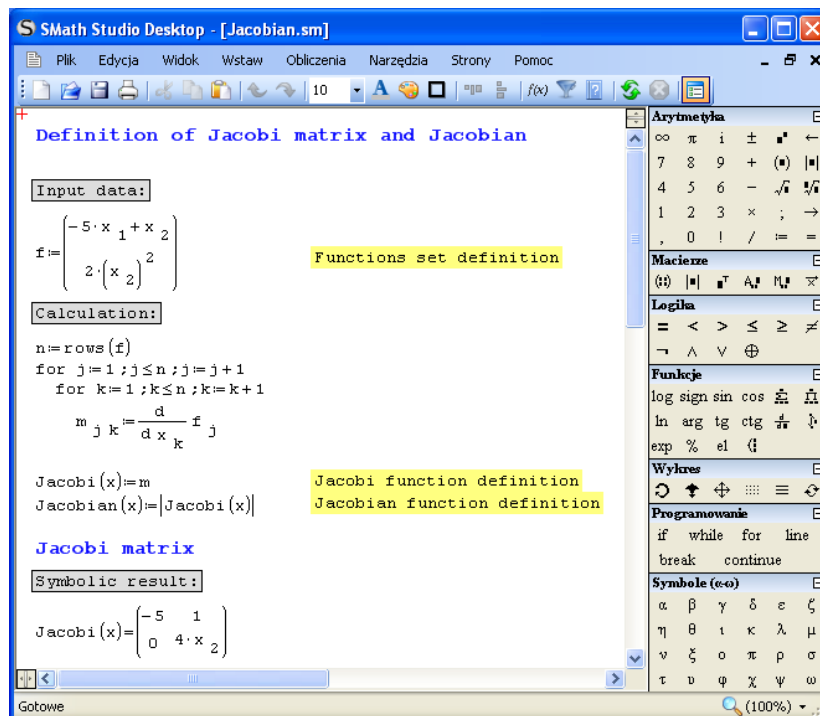
Uwagi szczególne dotyczące programu SMATH w wersji 0.97.5346

Zamieszczone tutaj uwagi dotyczą głównie różnic między programem MathCAD i SMATH. Program SMATH ma mniej niż MathCAD funkcji i instrukcji specjalnych.

Plik SMATH można zapisać jako plik własny typu *.sm, *.smz (spakowany), *.xmcd, *.html i *.jpg oraz *.exe. Do programu SMATH można wczytywać pliki z programu MathCAD v.15 typu *.xmcd i zapisać plik wynikowy także w formacie *.xmcd.

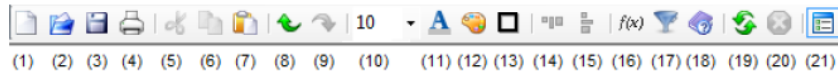
Starsze wersje plików programu MathCAD (np.v7 lub wyżej) można wczytać do programu MathCAD v.15 i zapisać w formacie *.xmcd, a następnie wczytać do programu SMATH. Niezgodności są sygnalizowane, a pozostała część programu pozostanie wczytana. Program SMATH można też bezpośrednio uruchamiać z Pendriva, po jego skopiowaniu z katalogu Program Files.

Widok arkusza roboczego programu SMATH przedstawiony jest na niżej zamieszczonym rysunku. Na górze arkusza jest menu górne i pasek narzędziowy. Po prawej stronie znajdują się palety dotyczące działań algebraicznych (Arytmetyka), działań na macierzach (Macierze), operacji logicznych (Logika), funkcji standardowych (Funkcje), rysowania wykresów (Wykres) oraz programowania (Programowanie). Można stosować oprócz oznaczeń polskich także greckie litery z palety Symbole. Obszar roboczy może być pokryty siatką linii (domyślnie) lub może być bez siatki (wybór przez Widok / Siatka). Obszar roboczy nazywa się Strona1, dopóki nie zmienimy nazwy. Można utworzyć kolejne strony (zakładki) przez polecenie Plik / Nowa strona. Strony mogą być dowolnie długie, które są dzielone na formaty A4. W programie SMATH (w obszarze roboczym) można pisać teksty w języku polskim i wzory (formuły matematyczne) tylko w jednym foncie (Arial). Można zmieniać wielkość tekstu, kolor tekstu i kolor tła. Możliwe jest stosowanie ramki dla danego obszaru (w pasku narzędziowym (pokaż / ukryj ramkę obszaru)). Główną zaletą programu SMATH są rozbudowane funkcje programowania.



Widok arkusza roboczego

Polecenia paska narzędziowego opisane są na niżej zamieszczonym rysunku.



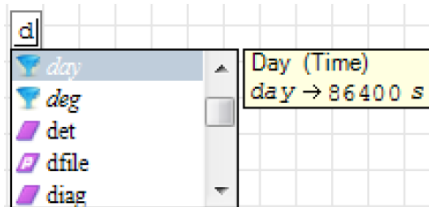
- | | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| 1. New page | 12. Background color |
| 2. Open (existing worksheet) | 13. Control border (frames selection) |
| 3. Save (current worksheet) | 14. Align horizontally |
| 4. Print (current worksheet) | 15. Align vertically |
| 5. Cut | 16. Function (insert a function) |
| 6. Copy | 17. Unit (insert unit) |
| 7. Paste | 18. Reference book (see <i>Help</i>) |
| 8. Undo (recent action) | 19. Recalculate page |
| 9. Redo (recent action) | 20. Interrupt process |
| 10. Font size | 21. Show/hide side panel |
| 11. Text color | |

Opis poleceń paska narzędziowego

Ponieważ program SMATH automatycznie instaluje się w języku polskim, dlatego zamiast separatora w postaci przecinka należy używać znaku średnika (;). Przecinek jest stosowany przy zapisie liczb dziesiętnych (jak w ustawieniach regionalnych). Liczby dziesiętne można zapisać, stosując znak kropki (kropka zamieniana jest na przecinek) lub stosując przecinek, np. w postaci 1.25 lub 1,25. Podstawowe informacje dotyczące pisania wzorów w programie SMATH zawarte są w pliku `samouczek_1.0.3.smz` (w podkatalogu Examples). Domyślną liczbę cyfr po przecinku (4) można zmienić za pomocą Narzędzia / Ustawienia / Obliczenia.

Tekst w języku polskim pisze się po znaku podwójnego cudzysłowu (`''`), można go pogrubić (Bold) po podświetleniu (zaznaczeniu) i użyciu `Ctrl+b`. Można zmieniać kolor liter i kolor tła tekstu. W tekstach można używać przecinków. Dwa wyrazy i więcej umieszczone obok siebie stanowią już tekst bez użycia cudzysłowu na początku tekstu. Nowa linia kończy tekst.

Przy pisaniu programu można wykorzystać menu dynamiczne, które pojawia się przy pisaniu nazwy zmiennej. Jeśli nie wybierze się żadnej opcji, to pozostanie wpisana nazwa zmiennej lub instrukcji. W menu dynamicznym występują nazwy funkcji, jednostki miar itp. Wybraną opcję zatwierdzamy przez klawisz `Tab` lub podwójne kliknięcie.



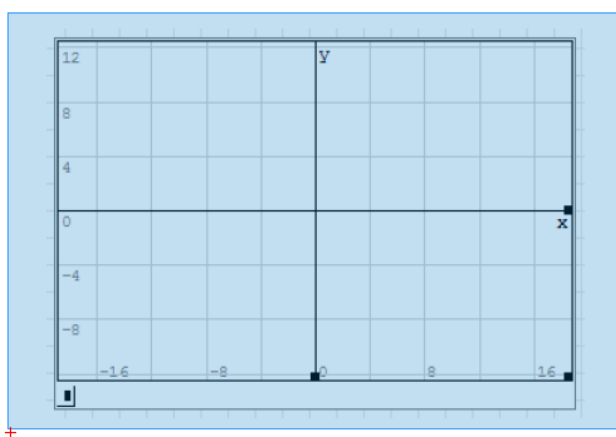
Menu dynamiczne

Przykładowo jeśli napiszemy literę R, to z menu dynamicznego można wybrać np. funkcję Range (2) dla zmiennej zakresowej. Stosowanie w tym przypadku znaku średnika ; nie działa. Jeśli po nazwie zmiennej użyje się przecinka, to jest on zamieniany na kropkę i wtedy tworzy się zmienna z tak zwanym pseudo indeksem która nie jest elementem tablicy, a tylko zmienną prostą, np. x_2 , tak samo jak w programie MathCAD. Nazwy wielu zmiennych są predefiniowane (np. g lub sin). Jeśli je użyjemy jako zmiennych, to nie mamy później do nich dostępu (podobnie ja w programie MathCAD).

Kursory Up i Down służą do przechodzenia z bieżącego wzoru do następnego lub poprzedniego. Przy pisaniu i edycji wewnątrz wzorów należy stosować kursory Left i Right lub klawisza spacji. Znak spacji powoduje też przejście na poziom wyższy danego wyrażenia. Gdy we wzorze pisze się nawias otwierający (, to automatycznie pojawia się nawias zamykający). Twardy znak spacji (Ctrl+=) służy do pisania wzoru bez jego wykonania i wzór traktowany jest jako tekst. Nie używa się jednostek miar przy definicji zmiennych. Jednostki wpisujemy obok liczby i poprzedzamy apostrofem, np. 10'm, sin(45'deg), albo wybieramy z menu Wstaw jednostkę. Tekst jednostek na ekranie jest pochyły w kolorze niebieskim. Jeśli przy wykonaniu obliczeń danego wzoru pojawi się czerwona ramka i odpowiedni komunikat, tzn. że występuje błąd we wzorze.

Można zamieścić w programie pliki graficzne w formacie *.jpg, *.png, *.bmp (nie *.wmf). Po wczytaniu nie można go bezpośrednio usunąć przez Del lub Ctrl+X. Działa cofanie operacji przez Ctrl+Z. Aby obrazek usunąć należy go wcześniej podświetlić przez użycie klawisza Ctrl i lewego przycisku myszy i wtedy można go usunąć za pomocą Del. Podobnie możemy podświetlić pojedynczy wzór (przy użyciu Ctrl) i usunąć go za pomocą Del.

W wersji (0.97.5346) wstawiony obrazek da się skalować. Rysunek można przygotować w programie AutoCAD definiując w warstwie 0 grubość 0.3 mm a w warstwie kontur grubość 0.5 mm. Wtedy przy zmniejszaniu rysunku nie są gubione linie cienkie. Należy zapisać rysunek w formacie WMF, a następnie w programie IrfanView zapisać go w formacie PNG, JPG, TIFF, itp.



Podświetlony rysunek w kolorze niebieskim za pomocą Ctrl + lewego przycisku myszy

W programie SMATH nie można stosować indeksów tablic zależnych od innych tablic, np. a[b[i]]. W tym przypadku zaleca się stosowanie instrukcji FOR. W SMATH brakuje poleceń Given – Find. Należy je zastąpić metodą Newtona Raphsona, o czym mowa jest w dalszym skróconym opisie.

Argumenty funkcji przy deklaracji i wołaniu oddziela się średnikiem. Również indeksy tablic dwuwymiarowych oddziela się średnikiem.

Zmienne zakresowe (range variables) otrzymuje się (inaczej niż w programie MathCAD) w następujący sposób: po napisaniu nazwy zmiennej i podstawieniu piszemy literę r i z menu dynamicznego wybieramy range(2) lub range(3) i wypełniamy puste pola cyframi 1 i 3,

otrzymując np. $i:=1..3$. Można ewentualnie wykorzystać polecenie z menu górnego Wstaw / funkcja (Ctrl+E) / Wszystkie / wybrać range(2) lub range(3).

Przykładowo: $j:=\text{range}(2)=\text{arg}1..\text{arg}2$ (np. w postaci $j:=1..4$) albo $\text{range}(3)=\text{arg}1;\text{arg}3..\text{arg}(2)$ (w postaci $j:=1,1.2..2$, gdzie $\text{arg}3=1.2$). Wydruk wartości zmiennej j następuje przez $j=$.

Menu Wstaw

Za pomocą menu Wstaw można wstawiać następujące obiekty: Macierz, Funkcje, Operator (logiczny i algebraiczny), Jednostka (np. mm, kg), Tło, Obszar, Separator, Obrazek, Wykres, Region tekstowy (tekst).

Grupy funkcji programu SMATH

- Funkcje specyficzne (unikalne) dla programu SMATH: eval, range, sys, error
- Funkcje dla liczb rzeczywistych: abs, exp, Gamma, ln, log, log10, mod, nthroot, numden, perc, round, sign, sqrt
- Funkcje do manipulacji (przekształceń) algebraicznych: expand
- Funkcje do rozwiązywania równań nieliniowych: polyroots, solve
- Funkcje do zastosowań (operacji) algebraicznych : diff, int, product, sum
- Funkcje do interpolacji : ainterp, cinterp, linterp
- Funkcje statystyczne : random

Kategorie funkcji

W menu górnym za pomocą Wstaw / Funkcja można wywołać funkcje z następujących grup (kategorii funkcji):

- Macierze i wektory
- Liczby zespolone
- Trygonometryczne
- Hiperboliczne
- Programowanie
- Łańcuchy (operacje na łańcuchach)
- Pliki

Dostępne operacje w palecie Arytmetyka

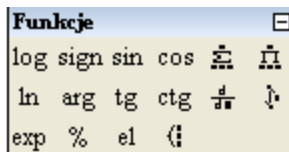
Arytmetyka					
∞	π	i	\pm	\square^\square	\leftarrow
7	8	9	+	(\square)	$ \square $
4	5	6	-	$\sqrt{\square}$	$\sqrt[\square]{\square}$
1	2	3	\times	;	\rightarrow
,	0	!	/	:=	=

- Stałe matematyczne: dodatnia nieskończoność ∞ , Ctrl+Shift+Z), Pi (π , Ctrl+Shift+p lub Ctrl+G), jednostka urojona (i), w wyrażeniu $z=x+iy$
- wartość bezwzględna (absolutna) $\text{abs}(x)$, ikona $|x|$
- Cyfry numeryczne: 0-9

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

- Liczby dziesiętne, np. -1.25 lub -1,25 albo $2.1 \cdot 10^5$ (nieprawidłowo 2.1e5).
- Operatory arytmetyczne: \pm , +, -, \cdot (mnożenie), / (dzielenie), x (iloczyn skalarny),
- Potęgowanie x^n , z klawiatury x^n
- Pierwiastek kwadratowy \sqrt{x} , z klawiatury $\sqrt{\quad}$ lub sqrt(x)
- Pierwiastek n-tego stopnia $\sqrt[n]{x}$, z klawiatury Ctrl+\)
- Definicja wyrażenia, instrukcja podstawienia (:=), klawiatury : ,
- Oblicz wyrażenie numerycznie (=), np. x=
- Oblicz wyrażenie symbolicznie (\rightarrow), z klawiatury Ctrl+kropka
- Silnia (n!)
- Znaki edycyjne: separator dziesiętny (.), przecinek (;), znak cofania (\leftarrow)

Dostępne funkcje w palecie Funkcje



- exp(x) lub e^x – funkcja wykładnicza
- Gamma(x) lub $\Gamma(x)$ – funkcja Gamma
- ln (x) - logarytm naturalny (logarytm o podstawie e)
- log (x) - logarytm o dowolnej podstawie
- log10 (x) - logarytm dziesiętny (o podstawie 10)
- mod (x;y) - reszta z dzielenia, np. $17/5=3$ reszta 2 = mod(17;5)=2
- numden (x) – rozłóż ułamek na licznik i mianownik
- perc (x) - %x, procent z x
- round (x;n) - zaokrąglenie liczby do n-tego miejsca, round(3,6;0)=4, (n=0)
- sign (x) - znak zmiennej lub wyrażenia, np. sign(-6)=-1, sign(0)=1, sign(4)=1
- random (x) - generator liczb losowych, zwraca liczbę losową z przedziału od 0 do n, random(10)=3, gdzie n=10
- operator pierwszej pochodnej funkcji df/dx (z palety Funkcje lub diff (2))
- operator n-tej pochodnej funkcji z menu Wstaw / Funkcja (diff (3) z param.arg1, arg2, arg3)
- operator oznaczonej całki funkcji $\int f(x)dx$ z param. arg1 do arg4 (brak całki nieoznaczonej)

Funkcje trygonometryczne

Uwaga nazwy niektórych funkcji są inne w SMATH niż w MathCAD

(np. zamiast tan(x) jest tg (x), zamiast atan(x) jest arctg(x), zamiast asin(x) jest arcsin(x))

- sin (x) – sinus, przy czym x[rd] lub w stopniach w postaci sin(30'deg)
- cos (x) - cosinus
- tg (x) - tangens
- ctg (x) - cotangens
- sec (x) - secans
- csc (x) - cosecans
- arcsin(x) - arcus sinus
- arccos (x) – arcus cosinus
- arctg (x) - arcus tangens

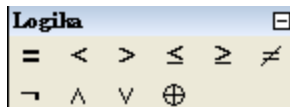
Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

- $\text{arcctg}(x)$ - arcus cotangens
- $\text{arcsec}(x)$ - arcus secans
- arccosec inverse cosecant

Funkcje hiperboliczne :

- $\sinh(x)$ – sinus hiperboliczny
- $\cosh(x)$ – cosinus hiperboliczny
- $\text{th}(x)$ – tangens hiperboliczny
- $\text{cth}(x)$ – cotangens hiperboliczny
- $\text{sech}(x)$ – secans hiperboliczny
- $\text{csch}(x)$ - cosecans hiperboliczny
- $\text{arcsh}(x)$ – arcus sinus hiperboliczny
- $\text{arcch}(x)$ - arcus cosinus hiperboliczny
- $\text{arth}(x)$ - arcus tangens hiperboliczny
- $\text{arccth}(x)$ - arcus cotangens hiperboliczny

W palecie **Logika** występują następujące operatory



Operator równości = (twardy znak równości, Ctrl+=)

Operatory nierówności: < (mniejsze od), > (większe od), mniejsze lub równe od (\leq),
większe lub równe od (\geq), nie równe lub różny od (\neq),

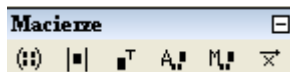
Operatory Boole'a logiczne: przeciwne (nie ¬),

iloczyn - .and. (część wspólna \cap albo \wedge , logiczne i),

suma - .or. (\vee , logiczne lub),

kółko z krzyżykiem – wykluczenie (.xor.)

Operacje macierzowe



Deklaracja rozmiarów macierzy (::)

Wyznacznik macierzy $|x|$

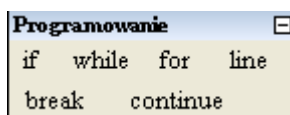
Macierz transponowana x^T

A_{nn} – algebraiczne dodawanie do macierzy

M_{nn} – minor macierzy

x - iloczyn wektorowy

Paleta Programowanie



Do instrukcji programowanie zaliczamy: IF (jeśli), WHILE (podczas gdy), FOR (instrukcja pętli dla zmiennej), LINE (dołóż linię dla danej instrukcji i traktuj kolejne linie jako jeden blok), BREAK (przerwij wykonywanie pętli), CONTINUE (kontynuuj wykonywanie pętli lub innej instrukcji).

Postać pętli FOR za pomocą Wstaw / funkcja / for (3)

```
for i e 1..n  
  a[i]:= i+2
```

Postać pętli FOR za pomocą Wstaw / funkcja / for(4)

```
np. for i:=1; i<=4;i:=i+1  
  a[i]:=i (dla wersji for(4)).
```

Przykład pętli for (3)

```
for k e 1..4 (zakres 1..4 definiowany przez funkcję range (2))  
  | xk := k+1  
  | yk := k+2
```

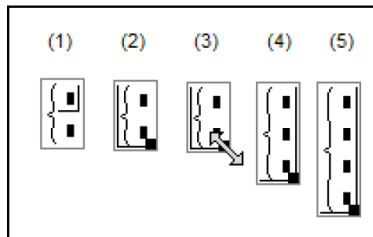
Przykład podwójnej pętli

```
for I e 1..3  
  for j e 1..4  
    x[i,j] := 0.
```

Wskaźniki tablic należy oddzielać średnikami, np. x[i;j], a nie przecinkami.

Aby wygenerować dwie linie pętli należy kliknąć Line w menu Programowanie.

W przypadku stosowania większej liczby linii należy podświetlić te dwie linie i w dolnym prawym narożu podświetlonego prostokąta przeciągnąć kursorem po przekątnej w dół.



Wstawianie dodatkowych linii w obrębie pętli FOR

W programie SMATH przy programowaniu nie stosuje się instrukcji podstawiania w postaci lewej strzałki (\leftarrow) tylko instrukcję podstawiania $.$. W związku z tym nie występują zmienne lokalne. Wszystkie zmienne są globalne.

Przykład pętli for (4)

```
for i:=1; i ≤ 4; i:=i+1  
  xi := i+3
```

Przykład zmiennej zakresowej

```
i:=1..3 (zmienna 'i' staje się wektorem i= {1,2,3})  
x:=2·i+3  
y:=3·i-2
```

(zamiast x:= nie można stosować x_i:= co jest dozwolone w MathCAD)

W programie SMATH tablice nie mogą być wskaźnikami tablic, czyli nie można stosować zapisu typu A(B(j)). W tym przypadku trzeba wykorzystać instrukcje pętli for.

Definicja instrukcji IF (jeśli)

F(x):= if warunek
 Instrukcja 1
 else
 Instrukcja 2

Definicja instrukcji WHILE (podczas gdy)

While warunek
 Instrukcja

Instrukcja IF działa podobnie jak w języku Fortran, czyli inaczej niż w programie MathCAD. Nie należy pisać ręcznie nazw instrukcji, np. IF, FOR, WHILE, ale trzeba wybierać je z palety Programowanie, albo z menu dynamicznego lub za pomocą ikony f(x).

Przykłady obliczania pochodnych i całek

Pochodne i całki oznaczone otrzymuje się z palety Funkcje lub z menu górnego za pomocą Wstaw / funkcja / wszystkie / (lub za pomocą ikony f(x))- do obliczenia pochodnej – diff(2), do obliczenia całki – int (dla całki oznaczonej). Program wykonuje także operacje symboliczne umieszczając kursor na końcu wyrażenia matematycznego i zastosowaniu Ctrl+kropka.

$$F(x) := x^2 + \tan(x) \quad \frac{d}{dx} F(x) = \frac{1 + 2 \cdot x \cdot \cos(x)^2}{\cos(x)^2}$$

$$\frac{d}{dx} (x^3 + \sin(\omega \cdot x)) = 3 \cdot x^2 + \omega \cdot \cos(\omega \cdot x)$$

$$\int_1^3 \frac{1}{t} dt = 1,0986$$

$$r(x) := \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t}} dt \quad r(2) = 1,4641 \quad r(3) = 2$$

W programie SMATH można wykonywać operacje sumowania wyrazów ciągu i mnożenia iloczynów jak w niżej zamieszczonym przykładzie

$f(x) := \sum_{k=1}^x \left(\frac{1}{k} \right) \quad f(2) = 1.5$
 $g(x) := \prod_{k=1}^x \left(\frac{k}{10} \right) \quad g(2) = 0.02$
 $h(x, t) := \frac{d}{dt} \left(x^2 + \frac{t \cdot \ln(t)}{x} \right) \quad h(x, t) \rightarrow \frac{1 + \ln(t)}{x}$
 $r(x) := \int_1^x ((1+t)^2) dt \quad r(2) = 6.3333 \quad r(2.5) = 11.625$

Przykład rozwiązywania układu równań liniowych

Mamy do rozwiązania następujący układ równań:

$$\begin{aligned} 1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 &= 18 \\ -2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 &= 13 \\ 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 &= 12 \end{aligned}$$

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

Tworzymy macierz 'a' ze współczynników tego układu i wektor 'b' dla prawej strony. Rozwiązanie w postaci wektora 'x' otrzymujemy po zastosowaniu macierzy odwrotnej a^{-1} i pomnożeniu przez wektor 'b'.

$$a := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad b := \begin{Bmatrix} 18 \\ 13 \\ 12 \end{Bmatrix} \quad x := a^{-1} \cdot b \quad x = \begin{Bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Rozwiązywanie równań nieliniowych dla jednej zmiennej

Równania nieliniowe dla jednej zmiennej rozwiązuje się za pomocą funkcji solve. Wewnątrz solve definiuje się równanie z przyrównaniem do zera. Pogrubiony znak równości = kopiuje się z palety Logika. Funkcja solve nie znajduje rozwiązań zespolonych.

```
solve(equation;variable)
solve(equation;variable,lower limit,upper limit)
```

```
solve(x3-18=0;x)=2,6207
```

```
solve(x2-18=0;x;-5;5)= $\begin{pmatrix} -4,2426 \\ 4,2426 \end{pmatrix}$ 
```

```
y:=solve(x2-18=0;x;-5;5) y= $\begin{pmatrix} -4,2426 \\ 4,2426 \end{pmatrix}$ 
```

```
F(x)=x·ln(x)-5 solve(F(x);x;-10;10)=3,7687
```

Do rozwiązywania pierwiastków wielomianów, również z rozwiązaniami zespolonymi służy funkcja polyroots. Niżej podano przykład zastosowania, przy czym wektor w ma zdefiniowane współczynniki wielomianu od najniższej potęgi (od wyrazu wolnego) do najwyższej potęgi.

```
w= $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$  polyroots(w)= $\begin{pmatrix} 0.2647+0.3996i \\ 0.2647-0.3996i \\ -1.2436 \end{pmatrix}$ 
```

Rozwiązywanie układu równań nieliniowych metodą Newtona Raphsona

Ogólny zapis układu równań nieliniowych

$$f1(x_1, x_2 \dots x_n) = 0$$

$$f2(x_1, x_2 \dots x_n) = 0$$

...

$$fn(x_1, x_2 \dots x_n) = 0$$

Wektor funkcji układu równań $\{f(x)\}$

$$f(x) = \begin{pmatrix} f1(x_1, x_2 \dots x_n) \\ f2(x_1, x_2 \dots x_n) \\ \vdots \\ fn(x_1, x_2 \dots x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f1(x) \\ f2(x) \\ \vdots \\ fn(x) \end{pmatrix}$$

Wektor zmiennych niezależnych $\{x\}$

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

$$\mathbf{x} \equiv \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Proces iteracyjny poszukiwania rozwiązania metodą Newtona Raphsona

$$\mathbf{x}_{k+1} \equiv \mathbf{x}_k - \mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^{-1} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)$$

Macierz pochodnych Jacobiego

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}_k) = \begin{pmatrix} \frac{dy_1}{dx_1} & \frac{dy_1}{dx_2} & \frac{dy_1}{dx_n} \\ \frac{dy_2}{dx_1} & \frac{dy_2}{dx_2} & \frac{dy_2}{dx_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{dy_n}{dx_1} & \frac{dy_n}{dx_2} & \frac{dy_n}{dx_n} \end{pmatrix}$$

Przykładowa macierz funkcji

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 - 6 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - 6 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^3 - 14 \end{pmatrix}$$

Rozmiar n macierzy funkcji

$$n = \text{length}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$$

$$n = 3$$

Obliczanie macierzy Jacobiego

```
for i ∈ 1..n
  for j ∈ 1..n
    jacij :=  $\frac{d}{dx_j} f(x)_i$ 
```

Wynik obliczeń macierzy Jacobiego

$$\text{Jacobi}(\mathbf{x}) = \text{jac}$$

$$\text{Jacobi}(\mathbf{x}) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_2 \cdot x_3 & x_1 \cdot x_3 & x_1 \cdot x_2 \\ 2 \cdot x_1 & 2 \cdot x_2 & 3 \cdot x_3^2 \end{pmatrix}$$

Zadana maksymalna liczba iteracji nmax i błąd rozwiązania ε

$$n_{\max} := 100$$

$$\varepsilon := 1 \cdot 10^{-20}$$

Startowy wektor rozwiązań dla układu równań nieliniowych

$$\mathbf{x}_G := \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Licznik k wykonywanych pętli obliczeń

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

k:= 0

```
while ((k ≤ nmax) ∧ (max(f(xG)) > ε))
  | xGp1 := xG - Jacobi(xG)-1 · f(xG)
  | k = k + 1
  | xG := xGp1
```

Rzeczywista liczba kroków obliczeń

k = 12

Wektor rozwiązań [xG] układu równań
oraz sprawdzenie dokładności rozwiązania

$$xG = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f(xG) = \begin{pmatrix} -3.9328 \cdot 10^{-15} \\ -1.0068 \cdot 10^{-14} \\ -3.253 \cdot 10^{-14} \end{pmatrix}$$

W przypadku danego układu równań ze zmiennymi x,y,z

$$x + y + z - 6 = 0$$

$$x \cdot y \cdot z - 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 14 = 0$$

Można zastosować podstawienia, wykorzystując twardej znak równości = z palety Logika, np.

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z,$$

przy czym zmienne x1, x2, x3 są elementami wektora x, czyli x[1], x[2], x[3].

Ten sam przykład numeryczny został przetestowany w programie SMATH

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

```

f(x):=
(
  x1+x2+x3-6
  x1·x2·x3-6
  ((x1)2+(x2)2+(x3)3-14)
)

n:=length(f(x))    n=3

for i∈1..n
  for j∈1..n
    jacij:= $\frac{d}{dx_j} f(x)_i$ 
  Jacobi(x):=jac

Jacobi(x)=
(
  1      1      1
  x2·x3 x1·x3 x1·x2
  2·x1  2·x2  3·x32
)

nmax:=100    ε:=1·10-20    k:=0    xG:=
(
  5
  -1
  4
)

while ((k≤nmax)∧(max(f(xG))>ε))
  xGp1:=xG-((Jacobi(xG))-1·f(xG))
  k:=k+1
  xG:=xGp1

xG=
(
  3
  2
  1
)
f(xG)=
(
  -2,3699·10-14
  -6,1728·10-14
  -5,0098·10-14
)

```

Przykład obliczania macierzy sztywności pręta 1D

W zamieszczonym niżej przykładzie widać, że operacje różniczkowania i mnożenia macierzy działają poprawnie. Natomiast występuje problem przy całkowaniu symbolicznym z parametrycznymi granicami całkowania, np. L. Problem ten nie występuje w programie MathCAD.

```

N(x):=
(
  1-x/L
  x/L
)

for i∈1..2
  Bi:= $\frac{d}{dx} N(x)_i$     B=
(
  -1/L
  1/L
)

for i∈1..2
  for j∈1..2
    kij:= $\int_0^L (B_i) \cdot (B_j) dx$ 

k=
(
  ∫0L 1/L2 dx    ∫0L -1/L2 dx
  ∫0L -1/L2 dx    ∫0L 1/L2 dx
)

```

Opis różnych metod Runge- Kutta rozwiązywania układów równań różniczkowych pierwszego rzędu (ODE) można znaleźć w Smath-Introduction.pdf.

W programie SMATH można interpolować funkcję zadaną tabelarycznie za pomocą instrukcji linterp (liniowo) lub Cinterp (za pomocą splajnow), np. w postaci:

$y_{lin} := \text{linterp}(x, y, x_{lin})$ lub $y_{spl} := \text{cinterp}(x, y, y_{spl})$, gdzie $\{x\}$ i $\{y\}$ są wektorami o tym samym wymiarze. Podobnie do cinterp działa ainterp według algorytmu Akimy.

Operacje czytania i pisania w SMATH:

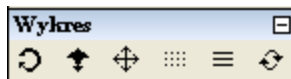
$a := \text{rfile}(\text{file}), \text{wfile}(\text{file}) := b.$

W programie MathCAD operacje we/wy : $A := \text{READP}(\text{RN}(\text{file}), \text{WRITEPRN}(\text{file}) := A$
 $\text{APPENDPRN}(\text{file}) := A, i:1..10, S[i] := \text{READ}(\text{"file.txt"})$

Tworzenie wykresów 2D

Rysunki 2D uruchamia się tak jak w Mcad za pomocą znaku @ lub za pomocą menu górnego: Wstaw rysunek. Wykresy 2D nie są automatycznie kopiowane z plików *.xmc. Należy je tworzyć na nowo.

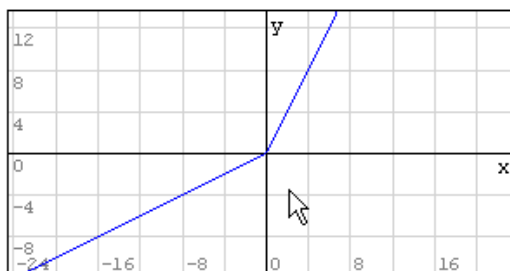
W palecie Wykres dostępne są następujące funkcje (ikony), idąc od lewej strony do prawej:



- obróć wykres (rotate),
- skaluj wykres (scale),
- przesuń wykres (move),
- rysuj w trybie punktowym (w przypadku funkcji tabelarycznej)
- rysuj w trybie odcinkowym (linii) – domyślnie,
- odśwież wykres.

Funkcja musi być zdefiniowana poprzez zmienną x (inne oznaczenia zmiennej niezależnej nie są przyjmowane). Jeśli funkcja jest zdefiniowana w poszczególnych przedziałach, to należy wykorzystać instrukcję IF, jak w podanym przykładzie.

```
f(x) := if x < 0
      0,5 · x
      else
      2 · x
```

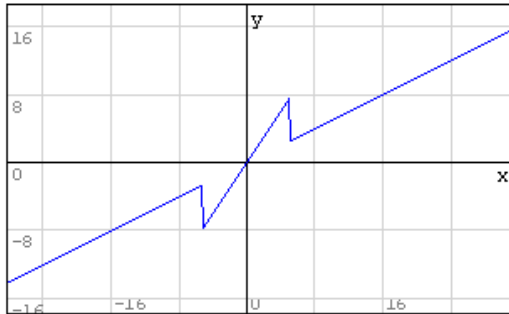


f(x)

Wykres funkcji z dwoma przedziałami

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

```
f(x):=if x<-5
      0,5·x
      else
        if x<5
          1,5·x
        else
          0,5·x
```



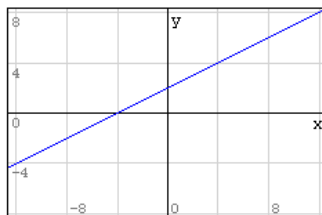
f(x)

Wykres funkcji z trzema przedziałami

Nazwa zmiennej zależnej nie ma znaczenia, może być: f(x), y(x), Mg(x). Jeśli używa się innych oznaczeń dla zmiennej niezależnej, np. x2 a nie x, przykładowo $y(x2):=0,5 \cdot x2+2$, to należy zastosować podstawienie z twardym znakiem równości (Ctrl+=) w postaci: $x2 = x$ i narysować wykres y(x).

```
y(x1):=0,5·x1+2
```

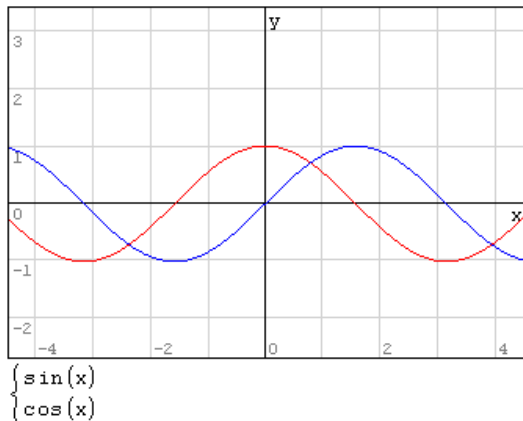
```
x1=x
```



y(x)

Wykorzystanie podstawienia x2=x do wykresu y(x2)

Wielkość okna wykresu można zmieniać przesuując uchwyt w prawym dolnym narożu. Zakres zmiennej x ustala się wewnątrz wykresu, obracając kółkiem myszki. Natomiast wykres można przesuwać (centrować) przesuując go wcisniętym kursorem wewnątrz wykresu. Okno wykresu przesuwa się ustawiając kursor na brzegu ramki okna. Gdy kursor zamieni się na uchwyt krzyżowy, można okno przesunąć w odpowiednie miejsce ekranu. Aby umieścić dwa wykresy na jednym rysunku, należy wskazać ostatnią ikonę '{' w menu Funkcje o nazwie Układ równań. Przykład zastosowania przedstawiono na niżej zamieszczonym rysunku.



Wykres dwóch funkcji

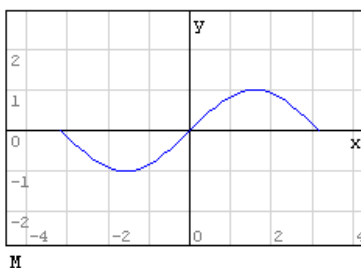
Tworzenie rysunków z tabeli punktów

Dla zadanych wartości dyskretnej $x[i]$ należy utworzyć wartości $y[i]$. Przykładowo mamy zadane wartości zmiennej niezależnej x przedziale od $-\pi$ do π z krokiem $\pi/20$. Za pomocą pętli for wyznaczamy wartości $y[i]=\sin(x[i])$. Funkcja Length oblicza długość n wektora x . Za pomocą funkcji Augment wektory x i y zostają złączone w tablicę dwuwymiarową o wymiarach $(n \times 2)$. Po wykonaniu polecenia Wstaw Wykres 2D, wpisujemy nazwę wektora M i otrzymujemy wykres $y(x[i])$ w domyślnym trybie : wykres z odcinków. Aby otrzymać wykres punktowy należy z palety Wykres wybrać tryb Wykres z punktów. Podobnie można tworzyć wykresy parametryczne, po utworzeniu wartości $x(i)$ i $y(i)$.

```

x := -pi ; -pi + pi/20 .. pi
n := length(x)
for k ∈ 1 .. n
    y_k := sin(x_k)
M := augment(x ; y)

```



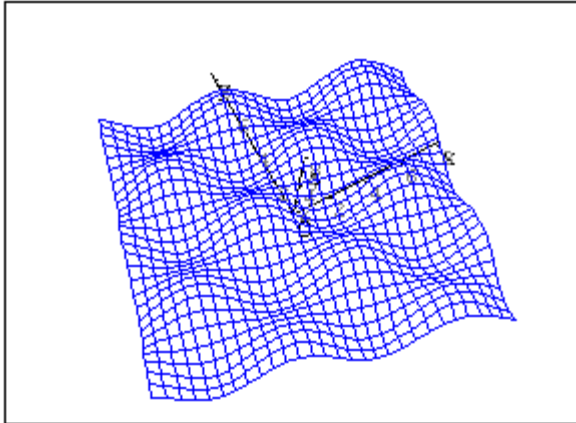
Wykres funkcji zadanej tabelarycznie $y[i]=f(x[i])$

Tworzenie wykresów 3D

Okno wykresu 3D tworzy się przez Wstaw / Wykres 3D. Podobnie jak przy wykresach 2D nazwy zmiennych zależnych są ustalone i muszą nazywać się x i y . Na niżej zamieszczonym rysunku pokazano wykres funkcji $f(x,y)=\sin(x)*\cos(y)$. Wykres można obracać przy wciśniętym lewym przycisku myszy.

Opracował - dr inż. Stanisław Łaczek

Wykres 3D przesuwa się wewnątrz okna, wykorzystując odpowiednią ikonę przesuwania w oknie narzędziowym Wykres.



$\sin(x) \cdot \cos(y)$

Wykres funkcji $f(x,y) = \sin(x) \cdot \cos(y)$